SIN X = A VA COS X = A KO‘RINISHIDAGI TENGLAMALARNING UMUMIY YECHIM FORMULALARINI TAHLIL QILISH

Abduqodirov Abdusamad Abdurahimjon o‘g‘li
Namangan viloyati kosonsoy tumani
2-son texnikumi o‘qituvchisi
E-mail: abduqodirovabdusamad70@gmail.com

Annotatsiya. Mazkur maqolada sin x = a va cos x = a ko‘rinishidagi trigonometrik tenglamalarning nazariy asoslari, umumiy yechim formulalari hamda ularni yechish usullari tahlil qilingan. Tadqiqot davomida trigonometrik funksiyalarning davriyligi, simmetriyasi, birlik aylana bilan bog‘liqligi va teskari trigonometrik funksiyalarning ahamiyati yoritilgan. Shuningdek, tenglamalarni analitik va grafik usullarda yechish jarayonlari misollar asosida tushuntirilgan. Maqolada trigonometrik tenglamalarning matematika ta’limidagi o‘rni hamda amaliy fanlardagi qo‘llanilish jihatlari bayon etilgan.

Kalit so‘zlar: Trigonometrik tenglama, sinus tenglama, kosinus tenglama, sin x = a, cos x = a, umumiy yechim, davriy funksiya, birlik aylana, teskari trigonometrinksiyak fu, arcsin, arccos, grafik usul, analitik usul, interval yechim, matematik tahlil, simmetriya, davr, trigonometriya, tenglama ildizi.

Kirish

Trigonometrik tenglamalar elementar matematikaning muhim bo‘limlaridan biri bo‘lib, ular algebra, geometriya va matematik analiz fanlari bilan chambarchas bog‘liqdir. Ayniqsa, sin x = a va cos x = a ko‘rinishidagi tenglamalar trigonometrik tenglamalarning eng sodda, ammo eng asosiy turlaridan hisoblanadi. Ushbu tenglamalarni o‘rganish orqali sinus va kosinus funksiyalarining xossalari, ularning davriyligi, simmetriyasi hamda grafik talqinini chuqur tushunish mumkin bo‘ladi.

Mazkur mavzu nafaqat nazariy jihatdan, balki amaliy jihatdan ham katta ahamiyatga ega. Chunki trigonometrik tenglamalar fizika, astronomiya, muhandislik, qurilish, geodeziya, informatika va signal tahlili kabi ko‘plab sohalarda keng

qo‘llaniladi. Masalan, tebranishlar harakati, to‘lqin jarayonlari, mexanik harakatlar va elektr signallarni ifodalashda sinus hamda kosinus funksiyalaridan foydalaniladi.

sin x = a va cos x = a tenglamalarining yechimlarini topishda funksiyaning qiymatlar sohasi, birlik aylana, teskari trigonometrik funksiyalar, umumiy yechim formulalari hamda intervaldagi ildizlarni aniqlash usullari muhim o‘rin tutadi. Bu tenglamalarni yechish o‘quvchilarda mantiqiy fikrlashni, analitik yondashuvni va matematik tafakkurni rivojlantiradi.

Ushbu maqolada sin x = a va cos x = a ko‘rinishidagi trigonometrik tenglamalarning nazariy asoslari, yechish usullari, geometrik va grafik talqini, umumiy yechim formulalari hamda misollar asosida batafsil yoritiladi.

Mazkur maqolada trigonometrik tenglamalar tushunchasi, ularning asosiy xossalari, sin x = a va cos x = a ko‘rinishidagi tenglamalarning yechish usullari, geometrik talqini hamda amaliy misollar asosida batafsil bayon etiladi.

Sinus tenglama va Kosinus tenglama

Sinus tenglama va kosinus tenglamalar trigonometrik tenglamalarning eng muhim va asosiy turlaridan biri hisoblanadi. Sinus tenglama — bu noma’lum o‘zgaruvchi sinus funksiyasi ostida qatnashgan tenglama bo‘lib, uning eng oddiy ko‘rinishi sin x = a shaklida yoziladi. Kosinus tenglama esa noma’lum o‘zgaruvchi kosinus funksiyasi qatnashgan tenglama bo‘lib, u cos x = a ko‘rinishida ifodalanadi.

Bu tenglamalar trigonometrik funksiyalarning davriyligi, simmetriyasi va geometrik xossalarini chuqur tushunishga yordam beradi.

Sinus tenglama

Asosiy ko‘rinish:

$$\sin\ x = a$$

Yechim mavjudlik sharti:

$$-1 \leq a \leq 1$$

Umumiy yechim formulasi:

$$x = (-1)^n \arcsin\,(a) + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

Kosinus tenglama

Asosiy ko‘rinish:

$$\cos\ x = a$$

Yechim mavjudlik sharti:

$$-1 \leq a \leq 1$$

Umumiy yechim formulasi:

$$x = \pm\arccos\,(a) + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

Muhim xossalar

Sinus funksiyasi davriyligi:

$$\sin\,(x + 2\pi) = \sin\ x$$

Kosinus funksiyasi davriyligi:

$$\cos\,(x + 2\pi) = \cos\ x$$

Simmetriya xossalari:

$$\sin\,(\pi - x) = \sin\ x$$

$$\cos\,(-x) = \cos\ x$$

Sin x = a tenglamasi

$$\sin\ x = a$$

Bu tenglama faqat quyidagi shart bajarilganda yechimga ega bo‘ladi:

$$-1 \leq a \leq 1$$

Umumiy yechim:

$$x = (-1)^n\arcsin\,(a) + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

Sinus funksiyasi birlik aylana bo‘yicha y-koordinatani ifodalaydi. Shu sababli har bir qiymat uchun cheksiz ko‘p yechimlar mavjud bo‘ladi.

Cos x = a tenglamasi

$$\cos\ x = a$$

Bu tenglama ham quyidagi shartda yechimga ega:

$$-1 \leq a \leq 1$$

Umumiy yechim:

$$x = \pm\arccos\,(a) + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

Mazmuni:

Kosinus funksiyasi birlik aylana bo‘yicha x-koordinatani ifodalaydi va u juft funksiya bo‘lgani uchun yechimlar simmetrik bo‘ladi.

sin x = a va cos x = a tenglamalari trigonometrik tenglamalarning asosini tashkil qiladi. Ular orqali davriylik, simmetriya va birlik aylana tushunchalari chuqurroq o‘rganiladi. Bu tenglamalar nafaqat nazariy matematika, balki amaliy fanlarda ham muhim ahamiyatga ega.

Davriy funksiya — bu ma’lum bir oraliqdan keyin o‘z qiymatlarini aynan takrorlaydigan funksiya hisoblanadi. Ya’ni funksiya grafigi bir xil shaklda qayta-qayta davom etadi.

Trigonometrik funksiyalar eng muhim davriy funksiyalar hisoblanadi:

$$\sin(x + 2\pi) = \sin x$$

$$\cos(x + 2\pi) = \cos x$$

Bu yerda 2π — funksiyaning davri (periodi) hisoblanadi.

Funksiya har bir 2π dan keyin takrorlanadi

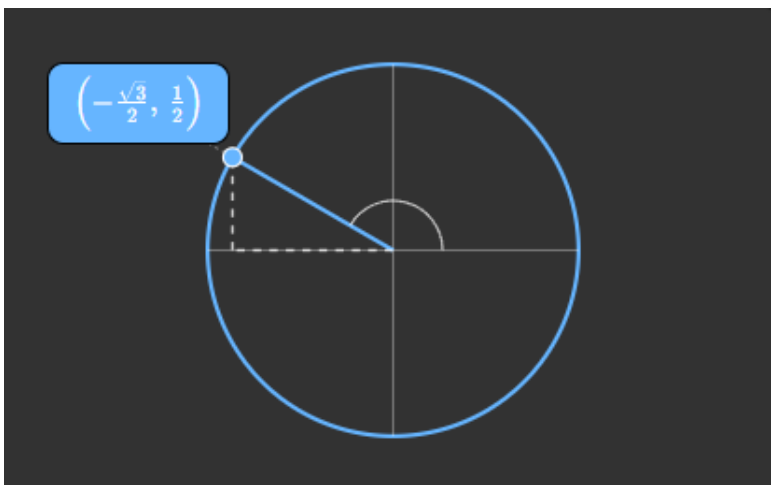
Shu sababli trigonometrik tenglamalarda cheksiz ko‘p yechimlar paydo bo‘ladi

Birlik aylana

Birlik aylana — radiusi 1 ga teng bo‘lgan, koordinata boshida markazlashgan aylana hisoblanadi. Trigonometriyada sinus va kosinus aynan shu aylana orqali aniqlanadi.

x^2+y^2=1

$$P(\theta) = \big(\cos(\theta), \sin(\theta)\big) = \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}\right)$$



Teskari trigonometrik funksiyalar — sinus va kosinus funksiyalarining teskari amali bo‘lib, berilgan qiymatga mos burchakni topish uchun ishlatiladi.

Asosiy funksiyalar:

$$\arcsin(a)$$

$$\arccos(a)$$

arcsin(a) → sin x = a bo‘ladigan asosiy burchakni topadi

arccos(a) → cos x = a bo‘ladigan asosiy burchakni topadi

Cheklanish:Teskari funksiyalar yagona qiymat berishi uchun oraliqlar cheklangan:

arcsin: $-\pi/2, \pi/2$

arccos: $0, \pi$

Teskari trigonometrik funksiyalar umumiy yechimni topishdan oldin asosiy burchakni aniqlash uchun ishlatiladi.

Analitik usul — trigonometrik tenglamalarni formulalar va algebraik o‘zgartirishlar yordamida aniq yechim topish usulidir. Bu usulda grafik yoki taxminiy hisoblash emas, balki qat’iy matematik formulalar ishlatiladi.

Masalan:

$$\sin x = a$$

tenglama analitik usulda quyidagi formula orqali yechiladi:

$$x = (-1)^n \arcsin(a) + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

Aniq formulalar ishlatiladi, barcha yechimlar topiladi, algebra va trigonometrik xossalar birga qo‘llaniladi

Interval yechim — tenglamaning faqat ma’lum oraliqdagi yechimlarini topish usuli hisoblanadi.

Masalan:

$$0 \le x \le 2\pi$$

Umumiy yechim topiladi, keyin berilgan oraliqqa mos qiymatlar tanlanadi, ortiqcha yechimlar chiqarib tashlanadi.

Interval yechim ko‘pincha test va amaliy masalalarda ishlatiladi.

Matematik tahlil — funksiyaning xossalarini (o‘sish, kamayish, davriylik, simmetriya) chuqur o‘rganish jarayonidir.

Trigonometrik funksiyalar uchun: uzluksizlik, davriylik, hosila va ekstremum,grafik xulq.

Matematik tahlil yordamida trigonometrik tenglamalarning yechimlari chuqur tushuniladi va isbotlanadi.

Simmetriya — funksiyaning ma’lum nuqtaga yoki o‘qqa nisbatan bir xil xulq ko‘rsatishi.

Trigonometrik funksiyalarda:

$$\sin(\pi - x) = \sin x$$

$$\cos(-x) = \cos x$$

sinus — toq funksiya, kosinus — juft funksiya, yechimlar simmetrik joylashadi

Davr — funksiya o‘z qiymatlarini takrorlaydigan eng kichik musbat son.

$$\sin(x + 2\pi) = \sin x$$

$$\cos(x + 2\pi) = \cos x$$

sinus va kosinus davri: 2π, yechimlar cheksiz ko‘p bo‘lishining sababi shu

Trigonometriya — burchaklar va ularning funksiyalari (sinus, kosinus, tangens)ni o‘rganadigan matematika bo‘limi.

Uchburchaklar bilan bog‘liq, birlik aylana asosida ishlaydi, fizika va texnikada keng qo‘llaniladi

Tenglama ildizi —tenglamani to‘g‘ri qiladigan noma’lum qiymatdir.

Masalan:

$$\sin x = a$$

uchun ildizlar:

$$x = (-1)^n \arcsin(a) + \pi n$$

Har bir yechim — ildiz hisoblanadi, trigonometrik tenglamalarda ildizlar cheksiz bo‘lishi mumkin

Xulosa

sin x = a va cos x = a ko‘rinishidagi trigonometrik tenglamalar trigonometriyaning eng asosiy va muhim tenglamalaridan biri hisoblanadi. Ularni

o‘rganish orqali sinus va kosinus funksiyalarining qiymatlar sohasi, davriyligi, simmetriyasi hamda birlik aylana bilan bog‘liq geometrik ma’nosi chuqurroq tushuniladi.Bu tenglamalarning yechimlari har doim shartga bog‘liq holda mavjud bo‘ladi va odatda cheksiz ko‘p bo‘ladi, chunki trigonometrik funksiyalar davriy funksiyalar hisoblanadi. Shuning uchun ularning umumiy yechimlarini yozish matematik jihatdan muhim ahamiyatga ega.Mazkur mavzuni o‘rganish analitik fikrlashni rivojlantiradi, matematik tahlil qilish ko‘nikmalarini oshiradi hamda fizika, muhandislik va boshqa amaliy sohalarda uchraydigan masalalarni yechishda asosiy bilim bo‘lib xizmat qiladi.

Foydalanilgan adabiyotlar

1. M. S. Malik — *Oliy matematika asoslari*
2. G. M. Fikhtengolts — *Matematik analiz asoslari*
3. I. N. Bronshtein, K. A. Semendyaev — *Matematika qo‘llanma (spravochnik)*
4. R. A. Shayxov — *Trigonometriya (o‘quv qo‘llanma)*
5. Umumiy o‘rta ta’lim maktablari uchun *Algebra va analiz asoslari* darsligi
6. Internet manbalari: matematik ta’lim platformalari va elektron darsliklar (trigonometriya bo‘limi)