TENG EHTIMOLLI HODISALAR: NAZARIYA VA AMALIYOT

Abduqodirov Abdusamad Abdurahimjon o‘g‘li
Namangan viloyati kosonsoy tumani
2-son texnikumi o‘qituvchisi
E-mail: abduqodirovabdusamad70@gmail.com

Annotatsiya. Ushbu maqolada teng ehtimolli hodisalar tushunchasi, ularning ehtimollik nazariyasidagi o‘rni va amaliy tatbiqi o‘rganiladi. Klassik ehtimollik ta'rifi, teng ehtimolli hodisalarni aniqlash usullari va kombinatorika bilan bog‘liqligi nazariy jihatdan tahlil etiladi. Turli hayotiy va o‘quv masalalaridagi teng ehtimolli hodisalar misollari bilan ko‘rsatiladi. Olingan natijalar o‘quvchilar va talabalar uchun mavzuni chuqur o‘zlashtirishga xizmat qiladi.

Kalit so‘zlar: ehtimollik nazariyasi, teng ehtimolli hodisalar, klassik ehtimollik, tajriba, hodisa, namuna fazosi, qulay natijalar, kombinatorika, laplace formulasi, tasodifiy hodisa, matematik statistika, diskret ehtimollik, simmetrik hodisalar, natijalar to‘plami, ehtimollik hisoblash.

Kirish

Ehtimollik nazariyasi — tasodifiy hodisalarni miqdoriy jihatdan o‘rganuvchi matematika sohasidir. Ushbu sohadagi eng muhim va fundamental tushunchalardan biri teng ehtimolli hodisalar hisoblanadi. Bu tushunchani to‘g‘ri anglamasdan klassik ehtimollik ta'rifini va amaliy masalalarni hal etishni tasavvur etish qiyin [1].

Mavzuning dolzarbligi shundaki, teng ehtimolli hodisalar tushunchasi nafaqat matematika kursida, balki fizika, iqtisodiyot, tibbiyot, sun'iy intellekt va ko‘plab amaliy sohalarda keng qo‘llaniladi. Zamonaviy ta'lim standartlari bu mavzuni maktab va oliy ta'lim dasturlariga majburiy kiritishni talab etadi [2].

Ushbu maqolaning maqsadi — teng ehtimolli hodisalar tushunchasini nazariy jihatdan yoritish, ularning klassik ehtimollik bilan bog‘liqligini ochib berish hamda amaliy masalalar yechimida qo‘llash yo‘llarini ko‘rsatishdir. Maqolaning vazifalari: asosiy ta'riflar va xossalarni bayon etish; Laplace formulasini asoslash; misollar va jadval orqali tushunchani mustahkamlash; amaliy tatbiq sohalarini ko‘rsatish.

Maqolaning ilmiy yangiligi shundaki, teng ehtimolli hodisalar mavzusi kombinatorika va geometrik ehtimollik bilan yaxlit holda tahlil etiladi hamda o‘quvchilar uchun mos ko‘rgazmali misollar tizimi taklif qilinadi. Maqola tuzilishi: kirish, uch bo‘limdan iborat asosiy qism, xulosa va adabiyotlar ro‘yxatidan tarkib topgan.

Asosiy qism

1. Teng ehtimolli hodisalar: asosiy ta'riflar va tushunchalar

Ehtimollik nazariyasida tajriba (yoki sinovdan) kelib chiqadigan har bir alohida natija elementar hodisa deyiladi. Barcha mumkin bo‘lgan elementar hodisalar to‘plami namuna fazosi (Ω) deb ataladi [1].

Ta'rif. Agar tajribaning barcha elementar natijalari sodir bo‘lishiga teng imkoniyat mavjud bo‘lsa, bunday natijalar teng ehtimolli deyiladi, ya'ni ularning hech biri boshqasiga nisbatan afzal emas.

Teng ehtimolli hodisalarga xos belgilar:

- tajriba bir xil sharoitlarda o‘tkaziladi;
- har bir natijani olish uchun tizim simmetrik tarzda tashkil etilgan;
- hech qanday natijaga ustunlik beruvchi omil mavjud emas.

Klassik misol: adolatli tanga uloqtirilganda ikki natija mumkin — gerb (G) va yozuv (Y). Bu ikki natija teng ehtimolli, chunki tanganing ikki tomoni bir xil og‘irlik va shaklga ega. Namuna fazosi: $\Omega = \{G, Y\}$.

Kub shaklidagi adolatli zar otilganda olti natija mumkin: 1, 2, 3, 4, 5, 6. Ularning barchasi teng ehtimolli. Namuna fazosi: $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$.

2. Laplace formulasi va klassik ehtimollik ta'rifi

Ta'rif (Klassik ehtimollik). Agar tajribada n ta teng ehtimolli elementar natija bo‘lsa va ulardan m tasi A hodisaning sodir bo‘lishiga qulay bo‘lsa, A hodisaning ehtimolligi quyidagi formula orqali hisoblanadi [3]:

P(A) = m / n = (Qulay natijalar soni) / (Barcha mumkin natijalar soni)

Bu formula Laplace formulasi deb ataladi va ehtimollik nazariyasining asosini tashkil etadi. Formula faqat teng ehtimolli holatlarda to‘g‘ri natija beradi — bu shart buzilsa, klassik ta'rif qo‘llanilmaydi [3].

Misol 1. Zar otilganda juft son tushish ehtimolligi. Qulay natijalar: {2, 4, 6} → m = 3. Jami natijalar: n = 6.

$$\boldsymbol{P(juft) = 3 / 6 = 0,5}$$

Misol 2. 52 ta kartadan iborat to‘plamdan bir karta olinganda u shervali bo‘lish ehtimolligi. Sherva kartalari soni: m = 13. Jami kartalar: n = 52.

$$\boldsymbol{P(sherva) = 13 / 52 = 1/4 = 0,25}$$

Quyidagi jadvalda bir nechta klassik teng ehtimolli tajribalar uchun namuna fazosi va misol ehtimolliklar keltirilgan:

Tajriba	Namuna fazosi (n) va misol
Tanga uloqtirish	$n = 2;\ P(gerb) = 1/2 = 0,5$
Zar otish	$n = 6;\ P(6\ tushishi) = 1/6 \approx 0,167$
2 ta tanga	$n = 4;\ P(ikkalasi\ gerb) = 1/4 = 0,25$
52 li karta	$n = 52;\ P(tuz) = 4/52 \approx 0,077$
Lotereya (100 dan 1)	$n = 100;\ P(yutish) = 1/100 = 0,01$

3. Teng ehtimolli hodisalar va kombinatorika

Ko‘pgina amaliy masalalarda qulay natijalar soni m va umumiy natijalar soni n ni bevosita sanab chiqish mumkin emas. Bu holda kombinatorika usullari — kombinatsiyalar, o‘rin almashtirish va joylashtirishlar — qo‘llaniladi [4].

Kombinatsiyalar formulasi: n ta elementdan k tasini tartibsiz tanlash usullari soni:

$$\boldsymbol{C(n,k) = n! / (k! \cdot (n - k)!)}$$

Misol 3. 10 ta sharik (6 ta qizil, 4 ta ko‘k) dan 3 tasi olinganda barchasi qizil bo‘lish ehtimolligi:

$$\boldsymbol{P = C(6,3) / C(10,3) = 20 / 120 = 1/6 \approx 0,167}$$

Bu misol ko‘rsatadiki, teng ehtimolli hodisalar sharoitida kombinatorika usullari ehtimollikni hisoblashni sezilarli osonlashtiradi. Bunda muhim shart: shariklar bir-biridan farq qilmaydi (faqat rang bo‘yicha), ya'ni har bir sharikni olish teng ehtimolli [4].

Teng ehtimolli hodisalar quyidagi xossalarga ega:

- $P(A) \in [0, 1]$ — ehtimollik 0 dan 1 gacha bo‘ladi;
- $P(\Omega) = 1$ — ishonchli hodisaning ehtimolligi 1 ga teng;

- $P(\emptyset) = 0$ — mumkin bo‘lmagan hodisaning ehtimolligi 0 ga teng;
- $P(A') = 1 - P(A)$ — qarama-qarshi hodisa ehtimolligi.

Teng ehtimolli hodisalar tushunchasi zamonaviy amaliyotda keng qo‘llaniladi:

- kriptografiya va xavfsizlik tizimlari (tasodifiy kalit generatsiyasi);
- o‘yinlar nazariyasi va qaror qabul qilish;
- tibbiy diagnostika va klinik tadqiqotlar;
- moliyaviy risk tahlili va sug‘urta hisob-kitoblari;
- sun'iy intellekt va mashina o‘qitish algoritmlari.

Xulosa

Olib borilgan tadqiqot shuni ko‘rsatdiki, teng ehtimolli hodisalar tushunchasi ehtimollik nazariyasining asosiy tayanchi hisoblanadi. Laplace formulasi faqat teng ehtimolli sharoitda to‘g‘ri ishlashi ta'kidlandi — bu shart amaliy masalalarda e'tiborga olinishi shart.

Rejalashtirilgan natijalar bilan taqqoslaganda, barcha vazifalar to‘liq bajarildi: asosiy ta'riflar bayon etildi, Laplace formulasi asoslandi, jadval va misollar orqali mavzu ko‘rsatildi, kombinatorika bilan bog‘liqligi ochib berildi.

Tadqiqot natijalarining yangiligi shundaki, teng ehtimolli hodisalar mavzusi kombinatorika usullari bilan yaxlit holda ko‘rib chiqildi hamda amaliy tatbiq sohalari tizimli tarzda ko‘rsatildi.

Kelajakdagi tadqiqotlarning asosiy yo‘nalishlari: geometrik ehtimollik bilan taqqoslash; teng ehtimolli bo‘lmagan hodisalar uchun umumlashtirilgan modellar; ta'lim amaliyotida didaktik material sifatida qo‘llash metodikasini ishlab chiqish.

Foydalanilgan adabiyotlar

1. Borovkov, A. A. (2013). Ehtimollik nazariyasi. Moskva: Nauka. 528 b.
2. Mirzaahmedov, M. A. (2019). Ehtimollik nazariyasi va matematik statistika. Toshkent: O‘zbekiston. 312 b.
3. Laplace, P. S. (1814). Essai philosophique sur les probabilités. Paris: Courcier. 196 b.
4. Sbornik zadach po teorii veroyatnostey / Chudesnenko A. va boshq. (2017). Moskva: Vysshaya shkola. 384 b.
5. Feller, W. (1968). An Introduction to Probability Theory and Its Applications. Vol. 1. New York: Wiley. 509 b.
6. Kolmogorov, A. N. (1956). Foundations of the Theory of Probability. New York: Chelsea. 84 b.
7. Toshmatov, N. va boshq. (2021). Matematika: ehtimollik nazariyasi bo‘limi. Toshkent: Barkamol fayz. 180 b.